

Zur numerischen Berechnung der Intensität aus der Ergiebigkeit

H. KÄHLER

Eingegangen am 30. Juli 1968

Numerical Calculation of the Intensity for a given Source Function

For the Gaussian approximation

$$\int_0^c f(x) e^{-x} dx = \sum_{i=1}^3 a_i f(t_i)$$

the division points $t_i(c)$ and the corresponding weights $a_i(c)$ are evaluated.

Für die Approximation

$$\int_0^c f(x) e^{-x} dx = \sum_{i=1}^3 a_i f(t_i)$$

werden die Teilpunkte $t_i(c)$ der Gaußschen Intervallteilung und die zugehörigen Gewichte $a_i(c)$ berechnet.

Die Berechnung der Intensitäten in Sternatmosphären aus der Ergiebigkeit führt auf Integrale der Typen

und

$$\int_0^{\tau} g(x) e^{(x-\tau)/\mu} \frac{dx}{\mu} \quad (\text{Einwärts gerichtete Strahlung})$$

$$\int_{\tau}^{\infty} g(x) e^{-(x-\tau)/\mu} \frac{dx}{\mu} \quad (\text{Auswärts gerichtete Strahlung})$$

mit $\tau \geq 0$, $0 < \mu \leq 1$, die sich durch Einführung geeigneter Integrationsvariablen auf die Form

$$\int_0^c f(x) e^{-x} dx \quad (0 < c \leq \infty)$$

bringen lassen. Für eine größere Zahl von c -Werten wurden Teilpunkte und Gewichte der Gauß-Approximation

$$\int_0^c f(x) e^{-x} dx = \sum_{i=1}^3 a_i f(t_i)$$

berechnet, welche einer Approximation von $f(x)$ durch ein Polynom 5. Grades entsprechen. Die Methode der Berechnung ist bei W. H. KEGEL [2] angegeben, eine ausführliche Beschreibung findet sich z. B. bei S. CHANDRASEKHAR [1].

Tabelle. $\int_0^c f(x) e^{-x} dx = \sum_{i=1}^8 a_i f(t_i)$

c	t_1	t_2	t_3	a_1	a_2	a_3
0.1	0.01113	0.04964	0.08859	0.02717	0.04229	0.02571
0.2	0.02198	0.09857	0.17688	0.05316	0.08052	0.04759
0.3	0.03256	0.14679	0.26487	0.07803	0.11505	0.06610
0.4	0.04287	0.19429	0.35256	0.10184	0.14621	0.08163
0.5	0.05292	0.24108	0.43993	0.12464	0.17428	0.09454
0.6	0.06273	0.28716	0.52697	0.14649	0.19956	0.10515
0.7	0.07228	0.33253	0.61369	0.16742	0.22227	0.11373
0.8	0.08160	0.37719	0.70006	0.18748	0.24265	0.12054
0.9	0.09068	0.42115	0.78609	0.20672	0.26090	0.12580
1	0.09953	0.46440	0.87176	0.22518	0.27722	0.12972
1.2	0.11658	0.58482	1.04199	0.25988	0.30472	0.13420
1.4	0.13278	0.63046	1.21069	0.29187	0.32636	0.13518
1.6	0.14818	0.70935	1.37779	0.32138	0.34314	0.13358
1.8	0.16281	0.78552	1.54319	0.34865	0.35592	0.13013
2	0.17671	0.85902	1.70683	0.37387	0.36539	0.12541
2.2	0.18992	0.92988	1.86862	0.39721	0.37214	0.11984
2.4	0.20248	0.99814	2.02847	0.41884	0.37667	0.11377
2.6	0.21440	1.06384	2.18630	0.43890	0.37937	0.10745
2.8	0.22573	1.12705	2.34201	0.45753	0.38060	0.10106
3	0.23649	1.18779	2.49551	0.47483	0.38063	0.09475
3.2	0.24672	1.24614	2.64672	0.49092	0.37971	0.08860
3.4	0.25643	1.30214	2.79552	0.50590	0.37803	0.08270
3.6	0.26565	1.35584	2.94184	0.51984	0.37575	0.07708
3.8	0.27440	1.40731	3.08556	0.53284	0.37302	0.07177
4	0.28271	1.45660	3.22659	0.54496	0.36994	0.06679
4.5	0.30168	1.57067	3.56676	0.57183	0.36129	0.05577
5	0.31831	1.67240	3.88803	0.59449	0.35209	0.04668
5.5	0.33286	1.76271	4.18901	0.61364	0.34297	0.03930
6	0.34556	1.84249	4.46846	0.62986	0.33431	0.03335
6.5	0.35661	1.91261	4.72539	0.64359	0.32632	0.02859
7	0.36619	1.97390	4.95912	0.65522	0.31908	0.02479
7.5	0.37447	2.02717	5.16933	0.66505	0.31264	0.02176
8	0.38159	2.07317	5.35611	0.67334	0.30697	0.01935
9	0.39285	2.14618	5.66189	0.68616	0.29781	0.01591
10	0.40085	2.19824	5.88531	0.69506	0.29116	0.01374
11	0.40638	2.23408	6.03998	0.70108	0.28652	0.01238
12	0.41005	2.25783	6.14155	0.70504	0.28341	0.01155
13	0.41240	2.27294	6.20502	0.70754	0.28141	0.01105
14	0.41385	2.28218	6.24293	0.70907	0.28017	0.01075
15	0.41471	2.28763	6.26467	0.70998	0.27943	0.01059
16	0.41520	2.29072	6.27671	0.71049	0.27901	0.01049
∞	0.41577	2.29428	6.28995	0.71109	0.27852	0.01039

Die numerische Rechnung wurde auf der Rechenanlage Telefunken TR 4 des Rechenzentrums der Universität Hamburg ausgeführt. Bei kleinen Werten von c (≤ 0.5) wurde die Reihenentwicklung der Exponentialfunktion verwendet. Die Ergebnisse sind in der Tabelle zusammengestellt, in welcher alle angegebenen Stellen gesichert sind.

Literatur

1. CHANDRASEKHAR, S.: Radiative Transfer, § 21 and 23. Oxford: Univ. Press 1950.
2. KEGEL, W. H.: Z. Astrophys. **54**, 34 (1962).

HELMUTH KÄHLER
Hamburger Sternwarte
2050 Hamburg 80
Gojenbergsweg 112