

La date de Pâques

Jean-François Claeskens

Fêtes fixes et fêtes mobiles

Certaines fêtes religieuses chrétiennes, comme Pâques, n'ont pas toujours lieu à la même date, alors que d'autres sont fixes, comme Noël par exemple. D'où vient cette différence et comment calcule-t-on les dates des fêtes mobiles ?

Les dates des célébrations religieuses principales ne sont pas arbitraires. Elles ont été établies en puisant dans des traditions bien antérieures à l'avènement du Christianisme. Certaines fêtes, dont Noël est la plus symbolique, sont fixes car elles sont liées au Soleil et notre calendrier est un calendrier solaire. Ainsi, durant la période de Noël, on célébrait traditionnellement l'allongement des jours. Quant aux fêtes mobiles, elles sont déterminées par la Lune, et comme il n'y a pas un nombre entier de lunes dans une année, elles se déplacent d'une année à l'autre. C'est le cas de Pâques. Une fois la date de la fête de Pâques déterminée, les autres fêtes mobiles sont connues en soustrayant ou en additionnant un nombre donné de jours : Mardi Gras = Pâques - 47 jours ; Ascension = Pâques + 39 jours ; Pentecôte = Pâques + 49 jours ; etc. La question devient donc : comment détermine-t-on la date de Pâques ?

Origine de la fête de Pâques

Avant de répondre à cette question, il est bon de rappeler les origines de cette fête. En fait, si la fête de Pâques est liée à la Lune, elle l'est aussi au Soleil, puisque Pâques tombe toujours au printemps (contrairement au Ramadan islamique, uniquement fonction de la Lune et se décalant continuellement au cours des années). On dit que Pâques est une fête luni-solaire. Son origine remonte à l'histoire juive et au calendrier juif, qui est un calendrier luni-solaire, c'est-à-dire un calendrier dont les mois

sont définis à partir de la Lune, mais dans lequel les années ont tantôt 12 mois, tantôt 13 pour rester en phase avec le Soleil (12 lunes correspondent à 354 jours environ au lieu de 365). En effet, *Pessah*, la Pâque juive, commémore, par l'immolation d'un agneau, l'exode d'Egypte et a lieu le 14 du mois juif Nissan au soir, c'est-à-dire le 15 Nissan car les jours commençaient le soir et non à minuit. Le mois Nissan se déroule au printemps, et le 15 correspond à la pleine Lune puisqu'il s'agit d'un mois lunaire. Plus tard, l'histoire de la vie du Christ nous enseigne que la dernière Cène du Jeudi saint eut lieu un tel jour de Pessah. Le dimanche suivant, au troisième jour après sa crucifixion, Jésus ressuscite. Coïncidence ou habile manœuvre de l'Église, toujours est-il que la fête de la résurrection du Christ a lieu au même moment qu'une fête préexistante, qui plus est, se déroule au printemps, au moment où la nature elle-même revit après la mort de l'hiver.

Définition officielle de la date de Pâques

Un débat ecclésiastique eut lieu pour savoir s'il fallait fêter Pâques le 14 Nissan, quel que soit le jour de la semaine, ou s'il fallait plutôt la célébrer le dimanche le plus proche, en commémoration plus étroite avec la résurrection du Christ. Après d'âpres discussions, notamment entre l'Église d'Orient et l'Église d'Occident, la décision fut prise en 325 de notre ère, au Concile de Nicée sous l'empereur Constantin :

Pâques serait fêtée le dimanche qui suit le quatorzième jour de la Lune qui tombe le 21 mars ou immédiatement après. Si le quatorzième jour de la Lune tombe un dimanche, la célébration est reportée au dimanche suivant.

Et cette règle est toujours en vigueur aujourd'hui pour déterminer la date de Pâques. Il s'agit

bien d'une traduction dans le calendrier julien¹ du 15 Nissan juif, ramené systématiquement un dimanche en hommage au Christ. L'application de cette règle donne immédiatement les dates extrêmes entre lesquelles peut avoir lieu la fête de Pâques : au plus tôt, le 14^{ème} jour de la Lune tombe le 21 mars et Pâques est célébrée le 22 mars si c'est un dimanche ; au plus tard, le 14^{ème} jour de la Lune a lieu le 20 mars, il faut donc attendre la Lune suivante le 18 avril et si ce jour tombe un dimanche, il faut encore attendre une semaine, soit le 25 avril. Il y a donc 35 dates possibles pour Pâques, comprises entre le 22 mars et le 25 avril.

La règle dictée par le Concile de Nicée est parfois traduite simplement en termes astronomiques en disant : «Pâques tombe le dimanche qui suit la première pleine Lune qui suit l'équinoxe de printemps». Cependant c'est une erreur de principe car aucun ecclésiastique n'a jamais calculé la date de l'équinoxe ni celle de la pleine Lune pour établir la date de Pâques ! Alors comment s'y prennent-ils ? Nous allons décrire qualitativement le principe du *comput ecclésiastique* ; en fin d'article, le lecteur intéressé trouvera quelques algorithmes lui permettant de calculer simplement les dates de Pâques pour les prochaines années.

Le comput ecclésiastique dans le calendrier julien

Le comput julien aurait été introduit en 532 par Denys-le-Petit, fondateur de l'ère chrétienne. Afin de jongler facilement avec les lunaisons, l'Église va adopter un calendrier lunaire *perpétuel*, mais fatalement approximatif, le *cycle de Méton*, du nom de l'astronome Grec du V^e siècle avant J.C., auquel la découverte est attribuée (mais il se pourrait qu'il ait été découvert bien avant). Il s'agit d'un cycle luni-solaire de 19 ans au terme duquel les phases de la Lune se reproduisent à peu près exactement aux mêmes dates solaires. En effet, 19 années solaires coïncident avec 235 lunaisons moyennes à 2h près, et correspondent à 6940 jours environ. Le numéro

d'ordre, ou le rang d'une année au sein du cycle de Méton est appelé le *nombre d'or*. On parle parfois de *Lune ecclésiastique* ou de *Lune du comput* pour distinguer cette Lune moyenne et fictive déduite du cycle de Méton de la Lune réelle. D'autre part, pour établir les dates auxquelles tombent les dimanches d'une année, on fait appel au *cycle dominical* de 28 ans, souvent appelé *cycle solaire*, mais qui n'a évidemment rien à voir avec le cycle solaire naturel de 11 ans. Ce cycle de 28 ans ($= 4 \times 7$) détermine donc la période après laquelle la séquence des jours de la semaine se reproduit aux mêmes dates de l'année, en tenant compte des années bissextiles (toujours dans le calendrier julien). Au lieu du rang de l'année dans le cycle dominical, on parle plutôt de *lettre dominicale* de l'année. Elle est comprise entre A et G (ou, numériquement entre 1 et 7) et elle correspond à la date du premier dimanche de janvier de l'année. On conçoit aisément qu'à partir du nombre d'or et de la lettre dominicale, il soit possible d'établir la date du dimanche de Pâques. La conjonction des deux cycles crée une période de $19 \times 28 = 532$ années, appelée Grande Année Pascale, au terme de laquelle la séquence des dates de Pâques se reproduit pareille à elle-même dans le calendrier julien. On voit donc que grâce au principe de ces calendriers perpétuels, une table de 19 lignes et de 28 colonnes contiendrait la séquence des 532 dates de Pâques et que non seulement aucune observation astronomique mais même aucun calcul ultérieur ne serait nécessaire à l'établissement de la date de Pâques² !

Le comput ecclésiastique dans le calendrier grégorien

Mais, comme on s'en doute, une lente dérive devait se produire entre la réalité et les prédictions. D'une part, le calendrier julien de 365,25 jours prenait du retard sur l'année solaire vraie de 365,2422 jours et d'autre part les erreurs dues à l'approximation du cycle de Méton se cumulaient. Ce sont les

¹Le calendrier julien était en vigueur jusqu'en 1582 et consistait simplement en une suite perpétuelle de périodes composées de 3 années de 365 jours et d'une année bissextile de 366 jours. L'année julienne moyenne valait donc 365,25 jours.

²Ce principe de combinaison des cycles n'est pas sans rappeler la grande année de 52 ans fêtée en Amérique précolombienne par les Mayas et les Aztèques, et qui correspondait à 73 cycles de leur calendrier sacré de 260 jours.



FIG. 1 – Horloge astronomique de Liège, le 30/3/2002. Dans le sens des aiguilles de l'horloge principale : 1 : Nombre d'or à l'extérieur (=8) et épacte à l'intérieur (=16) ; 2 : équation du temps (=−5') ; 3 : signe du zodiaque (=Bélier) ; 4 : lettre dominicale à l'extérieur (=F=6) et année du cycle dominical (ou cycle solaire) à l'intérieur (=23) ; 5 : jour de la semaine : symbole planète (=samedi) ; 6 : position du méridien local (blanc) ; 7 : Mois (=3) ; 8 : jour (=30) ; 9 : saison (=printemps) ; 10 : marée à Liège (=descendante) ; 11 : âge de la Lune (=17) ; 12 : phase de la Lune (=presque pleine).

raisons de la réforme du calendrier julien réalisée à la demande du Pape Grégoire XIII en 1582, qui deviendra le calendrier grégorien que nous connaissons. Dans celui-ci, les années de fin de siècle ne sont *pas* bissextiles, sauf celles multiples de 400, comme l'an 2000. Il sera donc plus difficile de calculer la lettre dominicale au sein de ces nouvelles règles. De plus, il a fallu se resynchroniser avec la Lune. Le cycle de Méton a été maintenu par la suite, mais on a abandonné le nombre d'or, au profit de ce qu'on appelle *l'épacte*, qui se définit comme l'âge de la Lune (ecclésiastique)

diminué d'un jour au 1^{er} janvier de l'année courante, et qui peut donc prendre des valeurs comprises entre 1 et 30 (ou 0 et 29 selon les conventions). En fait, l'épacte se calcule toujours à partir du nombre d'or, mais avec une correction. Dans le calendrier grégorien, la date de Pâques est calculée à partir de l'épacte et de la lettre dominicale (voir algorithme ci-dessous). On se doute qu'avec ces règles plus précises, la série des dates de Pâques ne puisse plus se reproduire avant un très long laps de temps : environ 5 700 000 ans !

Notons ici que l'Église Orthodoxe n'adopte pas

le calendrier grégorien pour calculer la date de Pâques, et s'en tient toujours au calendrier julien et au cycle de Méton non corrigés. C'est la raison pour laquelle la Pâque Russe n'a pas nécessairement lieu en même temps que chez nous. Par exemple en 2002, Pâques tombe le 5 mai pour les Orthodoxes au lieu du 31 mars, ce qui ne satisfait pas la règle énoncée au Concile de Nicée puisque la première pleine Lune depuis le 21 mars a lieu le 28 mars...

Lire la date de Pâques sur une horloge ?

Les paramètres «astronomico-religieux» du comput ecclésiastique, tels que le nombre d'or, l'épacte, la lettre ou le cycle dominical, figurent parfois sur les cadrans d'horloges astronomiques. Celle de Lier, tout près d'Anvers, en est un bel exemple (voir Figure 1). L'horloge est placée sur la façade d'une tour des anciens remparts. La date de Pâques proprement dite n'est pas affichée, car elle ne respecte pas de cycle bien défini, mais elle peut être calculée simplement à partir de la lettre dominicale et de l'épacte, qui elles, suivent (quasiment) des cycles (voir les algorithmes). Je profite toutefois de l'occasion pour révéler qu'à l'intérieur de cette tour astronomique se trouve un véritable tableau de bord de l'Univers, constitué de 52 cadrans indiquant les heures sidérales et solaires, les saisons, le zodiaque, les positions des planètes sur leurs orbites, même la précession, etc. Un pavillon tout proche contient une «pendule astronomique» munie de ... 93 cadrans ! Ce bijou de «mécanique céleste» est l'œuvre de L. Zimmer et date des années 1930. Une découverte insolite dans une ville agréable...

La méthode de calcul de la date de Pâques à partir de l'épacte, de la lettre dominicale et du nombre d'or est présentée ci-dessous, dans le paragraphe concernant le calendrier grégorien. Leurs valeurs ainsi que les dates des dimanches de Pâques sont présentées à la Table 2 jusqu'en 2020. Rappelons pour terminer que le comput ecclésiastique n'est *pas* un calcul astronomique au sens physique ou mathématique du terme. La preuve en est que Pâques a été célébrée en 1981 le dimanche 19

avril car la Lune *ecclésiastique* tombait le samedi 18. Mais la pleine Lune eut réellement lieu le dimanche 19 avril à 7h59 UT, et la fête de Pâques aurait dû, selon la règle, être reportée le dimanche 26 avril ! Vous me direz que pour certains habitants de la Terre, la pleine Lune a bien eu lieu le samedi 18... certes mais ils vivaient loin du Vatican !

Algorithmes

Plusieurs algorithmes de calcul de la date de Pâques existent. Ceux présentés ici ont l'avantage de laisser apparaître les grandeurs clés du calcul.

Dans le calendrier julien

La calcul de Pâques dans le calendrier *julien* est nécessaire pour déterminer la date de la Pâque russe ou orthodoxe. Il a l'avantage d'être relativement simple. Si A est l'année, la date de Pâques P_o , en nombre de jours du mois de mars s'écrit :

$$P_o = 28 + [19[A]_{19} + 15]_{30} - [[5A/4] + [19[A]_{19} + 15]_{30}]_7. \quad (1)$$

Pâques tombe le $P_o - 31$ avril si $P_o > 31$. $[x]$ signifie qu'il faut prendre la partie entière de x et $[x]_y$ symbolise le reste de la division de x par y (auss appelé x modulo y) et sert à calculer le rang de x dans un cycle de y unités. Ainsi, par exemple, le nombre d'or de l'année A dans le cycle de Méton de 19 ans s'écrit :

$$M = [A]_{19} + 1 \quad (2)$$

et vaut 8 en 2002. On voit ainsi apparaître dans la formule (1) le cycle de Méton, le cycle de la Lune de 30 jours et le cycle de la semaine de 7 jours. Le cycle dominical de 28 ans n'apparaît pas explicitement, mais les années bissextiles sont prises en compte par le terme $[5A/4]$. Signalons également pour le lecteur curieux que le terme $[x]_{30}$ représente le retard de la Lune de 19 jours d'une année à l'autre (si la pleine Lune tombe le 1^{er} avril une année donnée, elle tombera le 19 avril l'année suivante), tandis que le terme $-[x]_7$ tient compte de l'avance des jours de la semaine (si le

1^{er} avril tombe un lundi une année donnée, il tombera l'année suivante un mardi, ou un mercredi si elle est bissextile).

L'application de la formule (1) pour 2002 fournit la date $P_o = 53$, c'est-à-dire le 22 avril du calendrier *julien*. À notre époque, 13 jours séparent ce calendrier du nôtre, si bien que la Pâque russe se célèbre le 5 mai en 2002.

Dans le calendrier grégorien

Supposons dans un premier temps que l'épacte e , la lettre dominicale l et le nombre d'or M soient connus, par exemple en les lisant sur une horloge astronomique telle que celle de Lier (voir Figure 1)³. Pour 2002, on lit : $e = 16$, $l = 6$ et $M = 8$.

On calcule tout d'abord la date PL de la pleine Lune tombant autour de l'équinoxe de printemps, en nombre de jours du mois de mars :

$$PL = \begin{cases} 43 - e & \text{si } e = 24 \text{ ou si } e = 25 \text{ et } M > 11 \\ 44 - e & \text{sinon} \end{cases} \quad (3)$$

où M est donné par la relation (2). Si $PL < 21$ alors $PL = PL + 30$ pour obtenir la pleine Lune qui *suit* le 21 mars. Les dates $PL > 31$ correspondent au mois d'avril. Il suffit alors de savoir à quel jour de la semaine cela correspond pour déterminer la date du dimanche de Pâques. Puisque la lettre dominicale tient compte des années bissextiles, le 1^{er} mars est toujours le 59^{ème} jour de l'année et on a simplement pour le jour de la semaine JS de la pleine Lune :

$$JS = [PL + 59 - l]_7, \quad (4)$$

et le dimanche est défini par $JS = 0$. La date du dimanche de Pâques dans le calendrier Grégorien est finalement obtenue par la relation :

$$P_G = PL + 7 - JS. \quad (5)$$

À nouveau, si $P_G > 31$, Pâques tombe le $P_G - 31$ avril.

À l'aide des relations (3), (4) et (5), et vu que $e = 16$ et $l = 6$ en 2002, on trouve successivement $PL = 28$, c'est-à-dire que la pleine Lune a lieu le 28 mars, avec $JS = 4$ (soit un jeudi), et Pâques est célébrée trois jours plus tard, le dimanche 31 mars ($P_G = 31$).

Enfin, comment faire, si on ne connaît pas les valeurs du nombre d'or, de la lettre dominicale et de l'épacte ? Commençons par le plus simple : le nombre d'or est très facilement calculé au moyen de la relation (2).

Ensuite, la lettre dominicale doit être calculée car elle suit un cycle de 400 ans dans le calendrier grégorien, ce qui impliquerait une table démesurée. On l'obtient aisément à partir de la relation suivante :

$$l = [2c - [c/4] - u - [u/4]]_7 + 1, \quad (6)$$

où c et u représentent respectivement les centaines et les unités de l'année A , c'est-à-dire : $A = 100c + u$ (donc $c = 20$ et $u = 2$ en 2002). Si $l < 0$, alors $l = l + 7$. Précisons que la lettre dominicale calculée par la relation (6) correspond au 1^{er} samedi de l'année au lieu du premier dimanche lors des années bissextiles, car elle anticipe la présence du 29 février. De la sorte, la valeur obtenue peut être insérée dans la relation (4), quelle que soit l'année.

Venons-en à présent à l'épacte. Dans le calendrier *julien*, le cycle de Méton de 19 ans se reproduit indéfiniment. On comprend que dans ce cas, seules 19 valeurs de l'épacte reviennent cycliquement. La correction grégorienne consiste à décaler la valeur de l'épacte suivant une séquence qui tient compte du fait que les 235 lunaisons du cycle métonique ne correspondent pas exactement à 19 années. En fait le cycle métonique se décale d'un jour tous les 312 ans environ, soit 8 jours en 25 siècles. En pratique l'épacte est décalée de +1 tous les 300 ans à partir de l'an 1800 inclus et de -1 toutes les années séculaires non bissextiles (1700, 1800, 1900, 2100, etc...). Cela veut dire que la correspondance entre l'épacte et le nombre d'or

³Les nombres du comput, tels que l'épacte, le nombre d'or ou la lettre dominicale, sont également donnés chaque année dans les éphémérides de la SAL.

TAB. 1 – Correspondance entre le nombre d’or et l’épacte, pour les périodes de 100 ans entre 1500 et 3000.

Nombre d’or <i>M</i>	1500, 1600	1700, 1800	1900, 2000, 2100	2200, 2400	2300, 2500	2600, 2700, 2800	2900, 3000
1	1	0	29	28	27	26	25
2	12	11	10	9	8	7	6
3	23	22	21	20	19	18	17
4	4	3	2	1	0	29	28
5	15	14	13	12	11	10	9
6	26	25	24	23	22	21	20
7	7	6	5	4	3	2	1
8	18	17	16	15	14	13	12
9	29	28	27	26	25	24	23
10	10	9	8	7	6	5	4
11	21	20	19	18	17	16	15
12	2	1	0	29	28	27	26
13	13	12	11	10	9	8	7
14	24	23	22	21	20	19	18
15	5	4	3	2	1	0	29
16	16	15	14	13	12	11	10
17	27	26	25	24	23	22	21
18	8	7	6	5	4	3	2
19	19	18	17	16	15	14	13

reste tout de même valable pendant 100, 200, voire 300 années consécutives lorsque les corrections +1 et −1 se compensent (voir Table 1). En particulier, la même correspondance reste en vigueur entre 1900 et 2199 ; il s’agit de celle représentée sur le premier cadran de l’horloge astronomique de Lier (voir Figure 1). D’une ligne à l’autre de la Table 1, l’épacte augmente de 11 (et passe de 29 à 0) : 12 lunaisons totalisent 354 jours si bien qu’une même lune est en avance de 11 jours l’année suivante.

Ainsi, l’épacte peut être déterminée à partir de la Table 1 si le nombre d’or de l’année est connu. Ainsi, pour 2002, on trouve $M = 8$ (voir Eq. (2)), et la Table 1 fournit l’épacte $e = 16$, qui sont bien les valeurs lues sur l’horloge astronomique.

Enfin, au lieu d’utiliser une table, les considérations sur le calcul de l’épacte peuvent être concentrées dans un algorithme :

$$e = [11[A]_{19} + 8 - c + [c/4] + [(8c + 13)/25]]_{30}, \quad (7)$$

où c est défini plus haut (voir Eq. 6).

En conclusion, l’emploi successif des relations (7), (6), (2), (3), (4) et (5) permet de calculer la date de Pâques pour n’importe quelle date du calendrier grégorien, c’est-à-dire à partir de 1583. Ces relations sont une adaptation de l’algorithme présenté par l’astronome jésuite Clavius, qui fut le véritable artisan de la réforme Grégorienne. Les valeurs des différents paramètres et de la date de Pâques sont données à la Table 2 pour les années 2000 – 2020.

TAB. 2 – Le comput ecclésiastique entre 2000 et 2020

Année	Nombre d'or	Epacte	Lettre dominicale	Pleine Lune (ecclésiastique)	Date de Pâques
2000	6	24	1 (A)	18 avril	23 avril
2001	7	5	7 (G)	8 avril	15 avril
2002	8	16	6 (F)	28 mars	31 mars
2003	9	27	5 (E)	16 avril	20 avril
2004	10	8	3 (C)	5 avril	11 avril
2005	11	19	2 (B)	25 mars	27 mars
2006	12	0	1 (A)	13 avril	16 avril
2007	13	11	7 (G)	2 avril	8 avril
2008	14	22	5 (E)	22 mars	23 mars
2009	15	3	4 (D)	10 avril	12 avril
2010	16	14	3 (C)	30 mars	4 avril
2011	17	25	2 (B)	17 avril	24 avril
2012	18	6	7 (G)	7 avril	8 avril
2013	19	17	6 (F)	27 mars	31 mars
2014	1	29	5 (E)	14 avril	20 avril
2015	2	10	4 (D)	30 mars	5 avril
2016	3	21	2 (B)	23 mars	27 mars
2017	4	2	1 (A)	11 avril	16 avril
2018	5	13	7 (G)	31 mars	1 avril
2019	6	24	6 (F)	18 avril	21 avril
2020	7	5	4 (D)	8 avril	12 avril

Bibliographie

Une partie de l'information présentée dans cet article provient des ouvrages suivants :

- Rythmes du Temps - Astronomie et calendrier, 2000 (chap. 16) *E. Biémont* (Ed. De Boeck)
- The sun in the church - Cathedrals as solar observatories, 1999 (chap. 1) *J.L. Heilbron* (Ed. Harvard University Press)

Plusieurs sites internet présentent et proposent le calcul de la date de Pâques, mais les algorithmes ne sont pas toujours exacts... Le calcul effectué par

le Bureau des Longitudes est sans aucun doute le plus fiable :
http://www.bdl.fr/minitel/calendrier/date_pagues.html.

D'autres algorithmes peuvent être trouvés à l'adresse suivante :
<http://members.brabant.chello.nl/~h.reints/easter/>

ainsi que dans le livre réputé *Calculs astronomiques* de J. Meeus (Ed. Société Astronomique de France). En éliminant les tests sur certaines valeurs, ces algorithmes plus sophistiqués noient cependant davantage les paramètres physiques du problème.