

Bahnbestimmung des Planeten (87) Sylvia. Von Dr. C. F. W. Peters.

Die in № 1636 veröffentlichten Elemente der Sylvia liessen im Sinne Rechn.—Beob. folgende Abweichungen der beobachteten Oerter zurück:

	$d\lambda$	$d\beta$
1866 Mai 16	+0"5	—0"3
16	—2,0	0,0
17	—2,7	—1,1
18	+0,5	—0,5
19	—1,0	—1,7
20	—2,5	+2,4
22	—0,3	+2,7
23	—1,1	+4,3
Juni 2	—6,6	+1,5
5	—3,8	+3,3
6	—0,9	+1,1
9	0,0	+0,2
Juli 1	—1,6	+0,4

Summe der Quadrate = 132,24.

Die nächstfolgende Opposition, im August 1867, ist leider vorübergegangen, ohne dass Sylvia wieder gefunden wurde, theils wegen des sehr südlichen Standes des Planeten (er hatte zur Zeit der Opposition 30° südliche Declination), der die Beobachtungen auf den meisten europäischen Sternwarten unmöglich machte, theils wegen seiner grossen Lichtschwäche. Wenigstens ist mir keine Nachricht von einer Wiederauffindung zugekommen, die auch dadurch erschwert wurde, dass von der Zone, in der sich der Planet damals befand, keine genauen Sternkarten vorhanden sind.

Um die Auffindung für die nächste, im November 1868 stattfindende Opposition zu erleichtern, versuchte ich zunächst die Elemente mit Benutzung sämtlicher vorhandenen Beobachtungen nach der Methode der kleinsten Quadrate zu verbessern. Zu diesem Zwecke zog ich vor, nicht Normalorte zu bilden (ich hätte in diesem Falle der völlig isolirt stehenden Beobachtung vom 1. Juli ein viel grösseres Gewicht als den andern geben müssen), sondern die Bahn sämtlichen Beobachtungen möglichst anzuschliessen. Es trat hier nun der eigenthümliche Fall ein, dass die Coefficienten der Bedingungs-gleichungen zum Theil abhängig von einander waren, die

directe Auflösung also dadurch unmöglich wurde. Eine Betrachtung der Gleichungen, aus denen die Differentialquotienten abgeleitet wurden, zeigt dieses. Unter Beibehaltung der Bezeichnungen der Theor. mot. corp. coel. von Gauss ist nämlich das Differential der wahren Anomalie ν (Theor. mot. Art. 15)

$$d\nu = \frac{aa}{rr} \cos \varphi dM + \frac{aa}{rr} (2 - e \cos E - ee) \sin E d\varphi;$$

weil nun der Excentricitätswinkel φ sehr klein, also $\cos \varphi$ nahe = 1, ferner E bei allen Beobachtungen nahe bei 270° liegt, also $\cos E$ auch sehr klein, so wie auch $e = \sin \varphi$ nur wenig grösser als Null ist; endlich $\sin E$ wieder nahe der Einheit gleich ist, so wird das zweite Glied der Gleichung fast genau doppelt so gross, als das erste, oder genähert

$$\left(\frac{d\nu}{dM}\right) = \frac{1}{2} \left(\frac{d\nu}{d\varphi}\right);$$

das zweite an die Coefficienten von dl und db anzubringende, aus der Gleichung $dr = \frac{r}{a} da + a \tan \varphi \sin \nu dM - a \cos \varphi \cos \nu d\varphi$ entspringende Glied wird wegen der Kleinheit von $\tan \varphi$ und $\cos \nu$ sehr unbedeutend.

$$\text{Ferner ist } \left(\frac{dl}{dM}\right) = \left(\frac{dl}{d\nu}\right) \cdot \frac{aa}{rr} \cos \varphi + \left(\frac{dl}{dr}\right) \cdot \left(\frac{dr}{dM}\right),$$

$\left(\frac{dl}{d\pi}\right) = \left(\frac{dl}{d\nu}\right)$, da nun bei der geringen Excentricität der Bahn $\frac{aa}{rr} \cos \varphi$ wenig von 1 verschieden, und das in $\left(\frac{dl}{dr}\right)$ multiplicirte Glied, wie erwähnt, sehr klein ist, so wird wieder $\left(\frac{dl}{dM}\right)$ sehr nahe = $\left(\frac{dl}{d\pi}\right)$.

Die Schwankungen der Coefficienten $\frac{dl}{d\Omega}$, sowie ihre absoluten Werthe sind sehr unbedeutend; das Maximum ist +0,023 und das Minimum +0,021, und die Coefficienten $\frac{db}{d\Omega}$ sind wegen der Kleinheit des zweiten Gliedes der Gleichung

$$\left(\frac{db}{d\Omega}\right) = -\left(\frac{db}{du}\right) + \frac{R}{\Delta} \sin b \sin (L-l) \text{ wieder sehr nahe } = -\left(\frac{db}{du}\right) = -\left(\frac{db}{dM}\right)$$

Die gefundenen Bedingungsgleichungen sind:

$$+1,377 dM_0 - 2,750 \cdot d\phi + 0,023 d\Omega + 16,653 \cdot d\mu + 1,378 \cdot d\pi + 0,064 \cdot di + 0,5 = 0$$

+1,377	-2,750	+0,023	+16,638	+1,378	+0,064	-2,0
+1,379	-2,754	+0,023	+16,005	+1,380	+0,063	-2,7
+1,380	-2,757	+0,023	+15,426	+1,382	+0,063	+0,5
+1,381	-2,760	+0,023	+14,806	+1,383	+0,062	-1,0
+1,383	-2,762	+0,023	+14,162	+1,384	+0,061	-2,5
+1,384	-2,766	+0,023	+12,845	+1,386	+0,060	-0,3
+1,385	-2,767	+0,023	+12,158	+1,387	+0,059	-1,1
+1,378	-2,759	+0,023	+5,417	+1,381	+0,052	-6,6
+1,372	-2,749	+0,022	+3,499	+1,375	+0,050	-3,8
+1,370	-2,746	+0,022	+2,934	+1,373	+0,049	-0,9
+1,362	-2,731	+0,022	+1,077	+1,365	+0,047	+0,0
+1,266	-2,554	+0,021	-6,588	+1,268	+0,030	-1,6
-0,257	+0,516	+0,256	+6,569	-0,260	+0,340	-0,3
-0,257	+0,516	+0,256	+6,562	-0,260	+0,340	+0,0
-0,257	+0,516	+0,256	+6,267	-0,260	+0,336	-1,1
-0,257	+0,516	+0,257	+5,997	-0,260	+0,334	-0,5
-0,257	+0,516	+0,257	+5,708	-0,260	+0,330	-1,7
-0,257	+0,515	+0,258	+5,408	-0,260	+0,327	+2,4
-0,257	+0,515	+0,258	+4,792	-0,259	+0,320	+2,7
-0,256	+0,515	+0,258	+4,469	-0,259	+0,317	+4,3
-0,254	+0,510	+0,259	+1,142	-0,255	+0,281	+1,5
-0,253	+0,508	+0,259	+0,106	-0,254	+0,269	+3,3
-0,253	+0,507	+0,259	-0,211	-0,254	+0,266	+1,1
-0,252	+0,504	+0,258	-1,302	-0,252	+0,253	+0,2
-0,240	+0,477	+0,246	-8,693	-0,238	+0,165	+0,4

In dieser Form sind die Gleichungen aus den oben erwähnten Gründen nicht auflösbar, selbst ein Versuch mit 10stelligen Logarithmen führte zu keinem Resultat.

Es wurde daher nothwendig, den Gleichungen eine andere Gestalt zu geben; zu diesem Zwecke führte ich statt der Grössen $d\phi$ und $d\pi$ ihre Differenzen von dM_0 ein, und, indem ich zur leichteren Auflösung einige der Coefficienten mit constanten Zahlen multiplicirte resp. dividirte, erhielt schliesslich folgende Gleichungen:

$$+1,377 (dM_0 - 2d\phi + d\pi) + 0,36 \cdot \frac{1}{100} d\phi + 0,227 \cdot \frac{1}{10} d\Omega + 1,665 \cdot 10 d\mu + 0,15 \cdot \frac{1}{100} d\pi + 0,640 \cdot \frac{1}{10} di + 0,5 = 0$$

+1,377	+0,37	+0,227	+1,664	+0,15	+0,640	-2,0
+1,379	+0,35	+0,227	+1,600	+0,15	+0,633	-2,7
+1,380	+0,33	+0,227	+1,543	+0,17	+0,627	+0,5
+1,381	+0,30	+0,227	+1,481	+0,17	+0,621	-1,0
+1,383	+0,29	+0,227	+1,416	+0,17	+0,614	-2,5
+1,384	+0,22	+0,227	+1,285	+0,19	+0,601	-0,3
+1,385	+0,20	+0,227	+1,216	+0,20	+0,594	-1,1
+1,378	-0,28	+0,226	+0,542	+0,26	+0,521	-6,6
+1,372	-0,45	+0,225	+0,350	+0,28	+0,499	-3,8
+1,370	-0,52	+0,225	+0,293	+0,29	+0,492	-0,9
+1,362	-0,72	+0,224	+0,108	+0,30	+0,468	+0,0
+1,266	-2,23	+0,211	-0,659	+0,22	+0,300	-1,6
-0,257	+0,20	+2,559	+0,657	-0,34	+3,397	-0,3
-0,257	+0,20	+2,559	+0,656	-0,34	+3,396	+0,0
-0,257	+0,20	+2,564	+0,627	-0,33	+3,364	-1,1
-0,257	+0,20	+2,567	+0,600	-0,31	+3,335	-0,5
-0,257	+0,22	+2,571	+0,571	-0,31	+3,303	-1,7
-0,257	+0,20	+2,575	+0,541	-0,29	+3,271	+2,4
-0,257	+0,21	+2,581	+0,479	-0,27	+3,204	+2,7
-0,256	+0,21	+2,583	+0,447	-0,25	+3,169	+4,3
-0,254	+0,15	+2,592	+0,114	-0,12	+2,806	+1,5
-0,253	+0,11	+2,588	+0,011	-0,07	+2,691	+3,3
-0,253	+0,12	+2,587	-0,021	-0,07	+2,656	+1,1
-0,252	+0,08	+2,579	-0,130	-0,02	+2,534	+0,2
-0,240	-0,33	+2,457	-0,869	+0,26	+1,652	+0,4

Die Unsicherheit, welche durch die geringe Verschiedenheit der Coefficienten $\frac{db}{dM_0 - 2d\varphi + d\pi}$ und $\frac{db}{d\Omega}$ entsteht, ist in diesen Gleichungen nicht vermieden, und es ist daher den Werthen der Unbekannten die aus der Auflösung der Gleichungen gefunden werden, keine grosse Genauigkeit zuzuschreiben. Doch führte ich die Rechnung aus, und, indem ich annahm, dass alle Unbekannten in demselben Verhältnisse fehlerhaft seien, fand ich schliesslich durch Versuche folgende Aenderungen der Elemente:

$$\begin{aligned} dM_0 &= +30' 32''2 \\ d\pi &= -22 20,8 \\ d\Omega &= + 23,3 \\ di &= - 25,1 \\ d\varphi &= + 4 0,8 \\ d\mu &= -0''22208 \end{aligned}$$

und erhielt damit folgende neue Elemente:

Epoche: 1866 Mai 16,416514 mittl. Berl. Zt.

$$\begin{aligned} M_0 &= 274^\circ 33' 49''1 \\ \pi &= 336 59 9,2 \\ \Omega &= 76 24 4,6 \\ i &= 10 50 57,9 \\ \varphi &= 4 43 25,4 \\ \mu &= 543''25288 \\ \log a &= 0,5433364. \end{aligned} \quad \text{m. Aeq. 1866 Jan. 0,0.}$$

Die Beobachtungen werden durch diese Elemente folgendermassen dargestellt:

		R - B	
		$\Delta\lambda$	$\Delta\beta$
Mai	16	+0''9	-1''4
	16	-0,3	-1,3
	17	-1,9	-2,3
	18	+0,8	-1,4
	19	-0,4	-2,5
	20	-0,7	+1,4
	22	-1,0	+2,0
Juni	23	-0,5	+3,5
	2	-4,6	+0,4
	5	-2,5	+2,5
	6	+0,7	0,0
Juli	9	+0,6	-0,8
	1	+0,2	-0,5

Summe der Quadrate = 76,98.

Es ist mir nicht wahrscheinlich, dass durch nochmalige Aenderung der Elemente diese übrigbleibenden Fehler sich wesentlich verringern lassen, und sind wohl die kleinen

Differenzen Beobachtungsfehlern zuzuschreiben, zumal da in den Bedingungsgleichungen keins der Coefficienten einen ähnlichen Gang wie diese Abweichungen darbietet. Die während des Verlaufes der Beobachtungen sehr geringen Störungen durch Jupiter sind bei der Darstellung der Oerter schon berücksichtigt worden.

Mit obigen Elementen berechnete ich für die nächste Opposition mit Berücksichtigung der Störungen durch Jupiter und Saturn nachstehende Ephemeride, die, wenngleich die Elemente wegen der geringen Anzahl der benutzten Beobachtungen, und der ungünstigen Lage derselben, welche bewirkt, dass Aenderungen der Elemente nur eine geringe Aenderung der Darstellung der Beobachtungen bewirken, hoffentlich zu einer Wiederauffindung der Sylvia behülflich sein wird.

0 ^h m. Berl. Zt.	AR	Decl.	$\log r$	$\log \Delta$
1868 Sept. 8	2 ^h 17 ^m 12 ^s	+5° 10' 6	0,51916	0,41999
9	47 8	9,0		
10	47 3	7,4		
11	46 56	5,8		
12	46 49	4,2	0,51951	0,41308
13	46 40	2,4		
14	46 31	+5 0,6		
15	46 19	+4 58,8		
16	46 7	56,9	0,51984	0,40649
17	45 53	54,9		
18	45 39	52,9		
19	45 22	50,9		
20	45 5	48,8	0,52015	0,40025
21	44 46	46,6		
22	44 27	44,4		
23	44 6	42,2		
24	43 44	40,0	0,52048	0,39448
25	43 21	37,6		
26	42 57	35,2		
27	42 31	32,8		
28	42 5	30,6	0,52080	0,38921
29	41 37	28,2		
30	41 9	25,8		
Oct. 1	40 39	23,4		
2	40 9	20,8	0,52114	0,38457
3	39 37	18,2		
4	39 5	15,6		
5	38 31	13,0		
6	37 57	10,4	0,52147	0,38048
7	37 22	7,9		
8	36 46	5,4		
9	36 18	2,9		
10	35 30	+4 0,5	0,52182	0,37716
11	34 51	+3 2,0		
12	34 12	55,5		
13	33 31	53,0		
14	32 50	50,7	0,52216	0,37458
15	32 8	48,4		
16	31 26	46,1		
17	2 30 43	+3 43,8		

0 ^h m. Berl. Zt.	AR	Decl.	log r	log Δ	0 ^h m. Berl. Zt.	AR	Decl.	log r	log Δ
1868 Oct. 18	2 ^h 29 ^m 59 ^s	+3° 41' 6"	0,52251	0,37282	1868 Nov. 19	2 ^h 6 ^m 49 ^s	+3° 6' 2"	0,52535	0,38908
19	29 15	39,4			20	6 13	6,7		
20	28 31	37,2			21	5 38	7,4		
21	27 47	35,0			22	5 4	8,1		
22	27 2	32,7	0,52286	0,37188	23	4 30	8,8	0,52570	0,39459
23	26 17	30,7			24	3 58	10,0		
24	25 32	28,7			25	3 27	11,2		
25	24 47	26,7			26	2 57	12,4		
26	24 1	24,8	0,52320	0,37182	27	2 27	13,5	0,52607	0,40070
27	23 15	23,1			28	1 59	15,1		
28	22 29	21,4			29	1 32	16,7		
29	21 43	19,7			30	1 6	18,3		
30	20 57	18,1	0,52356	0,37263	Dec. 1	0 40	20,1	0,52641	0,40732
31	20 11	16,8			2	2 0 11	22,2		
Nov. 1	19 26	15,5			3	1 59 43	24,3		
2	18 41	14,2			4	59 27	26,4		
3	17 55	13,0	0,52390	0,37427	5	59 11	28,4	0,52678	0,41445
4	17 10	12,0			6	58 52	31,0		
5	16 26	11,0			7	58 33	33,6		
6	15 41	10,0			8	58 16	36,2		
7	14 57	8,9	0,52424	0,37675	9	58 0	38,7	0,52716	0,42198
8	14 13	8,2			10	57 46	41,7		
9	13 30	7,5			11	57 32	44,7		
10	12 47	6,8			12	57 20	47,7		
11	12 4	6,1	0,52458	0,38107	13	57 8	50,6	0,52750	0,42981
12	11 23	5,8			14	56 59	54,0		
13	10 42	5,5			15	56 50	+3 57,4		
14	10 2	5,3			16	56 43	+4 0,8		
15	9 21	5,1	0,52498	0,38422	17	1 46 36	+4 4,3	0,52790	0,43797
16	8 42	5,3							
17	8 4	5,5							
18	2 7 26	+3 5,8							

Opposition: 1868 October 27,3.
Helligkeit = 11.5ter Grösse.

Ephemeriden der veränderlichen Sterne Algol, λ Tauri, δ Cancri, δ Librae. 1868—1869.
Geocentrische Minima nach mittlerer Pariser Zeit.
Von Herrn Professor *Schönfeld*.

1. Algol.			
1868 Juli 12	14 ^h 4 ^m	1868 Sept. 5	1 ^h 26 ^m
15	10 52	7	22 15
18	7 41	10	19 3
21	4 29	13	15 52
24	1 18	16	12 40
26	22 7	19	9 29
29	18 55	22	6 17
Aug. 1	15 44	25	3 6
4	12 32	27	23 55
7	9 21	30	20 43
10 [*]	6 9	Oct. 3	17 32
13	2 58	6	14 21
15	23 46	9	11 9
18	20 35	12	7 58
21	17 23	15	4 47
24	14 12	18	1 35
27	11 0	20	22 24
30	7 49	23	19 13
Sept. 2	4 38	26	16 2
1868 Oct. 29	12 ^h 50 ^m	1868 Dec. 23	0 ^h 21 ^m
Nov. 1	9 39	25	21 10
4	6 28	28	17 59
7	3 17	31	14 48
10	0 6	1869 Jan. 3	11 37
12	20 55	6	8 27
15	17 43	9	5 16
18	14 32	12	2 5
21	11 21	14	22 54
24	8 10	17	19 44
27	4 59	20	16 33
30	1 48	23	13 22
Dec. 2	22 37	26	10 11
5	19 26	29	7 1
8	16 15	Febr. 1	3 50
11	13 4	4	0 39
14	9 53	6	21 28
17	6 43	9	18 18
20	3 32	12	15 7
1869 Feb. 15	11 ^h 56 ^m		
18	8 46		
21	5 35		
24	2 24		
26	23 13		
März 1	20 3		
4	16 52		
7	13 41		
10	10 30		
13	7 20		
16	4 9		
19	0 58		
21	21 47		
24	18 37		
27	15 26		
30	12 15		
April 2	9 4		
5	5 53		
8	2 42		